2. Жиляков Е.Г., Ломазова В.И., Ломазов В.А. Селекция аддитивных функциональных моделей сложных систем // Информационные системы и технологии. – 2010. – № 6(62). – С.66-70.

3. Ломазов В.А., Немировский Ю.В. Учет термочувствительности в задаче диагностики термоупругих сред // Прикл. механика и техн. физика. – 2003. –Т. 44, № 1 (257). – С. 176-184.

Физико-математические науки

О ЯВЛЕНИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПАРАМЕТРОМ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Зюкин П.Н., Сапронов И.В., Уточкина Е.О.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: pzukin@mail.ru

Рассматривается задача Коши

$$(x+\varepsilon)\frac{dy_\varepsilon}{dx}+\lambda y_\varepsilon = f(x), \qquad (1)$$

$$y_\varepsilon(0) = \psi(\varepsilon). \qquad (2)$$

где $x \in [0,1]$, $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, 1 – комплексное число, $f(x)$ – гладкая (то есть бесконечно дифференцируемая на отрезке [0,1]) функция, значениями которой являются комплексные числа. При каждом ε ($\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$) решение задачи (1), (2) будем обозначать $y_\varepsilon(x)$. Дифференциальное уравнение, в которое переходит уравнение (1) при $\varepsilon = 0$, обозначим (3). Пусть $y(x)$ – гладкое решение уравнения (3), k – наименьшее из натуральных чисел n таких, что $-n < \mathrm{Re}\,\lambda$.

Теорема 1. Если $\mathrm{Re}\,\lambda = b > 0$, то для функций $y_\varepsilon(x)$ явление пограничного слоя по отношению к $y(x)$ в точке $x = 0$ при $\varepsilon \to 0$ имеет место в том и только том случае, если $y_\varepsilon(0) = y(0) + \beta(\varepsilon)$, где $\varepsilon^b\beta(\varepsilon) \to 0$ и $\beta(\varepsilon)$ не стремится к 0 при $\varepsilon \to 0$.

Теорема 2. Пусть $\mathrm{Re}\,\lambda = b \le 0$. Тогда для функций $y_\varepsilon(x)$ явление пограничного слоя по отношению к $y(x)$ в точке $x = 0$ при $\varepsilon \to 0$ отсутствует, для функций $y_\varepsilon^{(j)}(x)$ (j – натуральное число, $1 \le j \le k-1$) в случае $k > 1$ явление пограничного слоя по отношению к $y^{(j)}(x)s$ в точке $x = 0$ при $\varepsilon \to 0$ отсутствует, для функций $y_\varepsilon^{(k)}(x)s$ явление пограничного слоя по отношению к $y^{(k)}(x)$ в точке $x = 0$ при $\varepsilon \to 0$ имеет место в том и только том случае, если $y_\varepsilon^{(k)}(0) = y^{(k)}(0) + \beta(\varepsilon)$, где $\varepsilon^{k+b}\beta(\varepsilon) \to 0$ и $\beta(\varepsilon)$ не стремится к 0 при $\varepsilon \to 0$.

ИССЛЕДОВАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ МАЛЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ УПРУГОЙ СРЕДЫ

Веневитина С.С., Фурменко А.И., Уточкина Е.О.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: svetven64@mail.ru

Абстрактная схема решения краевых задач применяется к исследованию существования обобщенных решений следующей краевой задачи:

$$-\mu\Delta\overline{v} + \nabla p = \overline{f}, \quad div\,\overline{v} = 0 \text{ в } \Omega, \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{2}\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial\overline{\tau}_3}, \overline{\tau}_i\right) + \sum_{i=1}^{2}\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial\overline{\tau}_i}, \overline{\tau}_3\right) = 0 \text{ на } \Gamma, \qquad (2)$$

$$p = 2\left(\frac{\partial\overline{v}}{\partial\overline{\tau}_3}, \overline{\tau}_3\right) - C \text{ на } \Gamma, \qquad (3)$$

$$\overline{v} = 0 \text{ на } s. \qquad (4)$$

Здесь Ω – ограниченная область пространства R^3, обладающая липшицевой границей, состоящей из конечного числа гладких поверхностей; $\overline{v}$ – вектор смещений, p – гидростатическое давление, $\overline{f}$ – поле объемных сил; μ – коэффициент Ламе; $(\overline{\tau}_1, \overline{\tau}_2, \overline{\tau}_3)$ – система координат.

Обозначим через $\overline{J}_{00,S}(\Omega)$ линейную совокупность всех соленоидальных полей, обращающихся в ноль в окрестности гладкой части S границы $\partial\Omega$. Замыкание в $\overline{L}^2(\Omega)$ этой совокупности обозначается через $\overline{J}_{0,S}(\Omega)$, а замыкание в $\overline{H}^1(\Omega)$ через $\overline{J}^1_{0,S}(\Omega)$.

Задача о нахождении обобщенных решений поставленной задачи сводится к решению задачи Коши для операторного уравнения

$$A\overline{v} + \mu\Delta\overline{v} = \nabla p,$$

где A – порождающий оператор гильбертовой пары $\left(\overline{J}^1_{0,S}(\Omega); \overline{J}_{0,S}(\Omega)\right)$.

Доказывается существование и единственность обобщенного решения задачи (1) – (4) о малых деформациях несжимаемой упругой среды под действием объемных сил $\overline{f} \in \overline{J}_{0,S}(\Omega)$, жестко закрепленной на части S границы $\partial\Omega$ и свободной от обобщенных напряжений на части Г. Доказывается, что при любом поле $\overline{f} \in \left(\overline{J}^1_{0,S}(\Omega)\right)^*$ существует слабое решение задачи.

ЛИНЕЙНОЕ ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВОЛЬТЕРРА I РОДА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Сапронов И.В., Зенина В.В., Зюкин П.Н.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: 585386@mail.ru

Введем семейство банаховых пространств $M^{k,\alpha}_{q,\gamma}$, $q \ge 1$:

$$M_{q,\gamma}^{k,\alpha}=\left\{\varphi(x):\varphi^{(i)}(x)=x^{\alpha-qi}e^{\gamma\int_x^\delta\frac{dt}{t^q}}\omega_i(x),\right.$$

$$\left.\omega_i(x)\in Q([0,\delta],E);\|\varphi\|_{M_{q,\gamma}^{k,\alpha}}=\max_{0\le i\le k}\|\omega_i\|_{Q([0,\delta],E)}\right\}.$$

Рассматривается интегральное уравнение Вольтерра I рода вида

$$\int_0^x K(x,t)u(t)\,dt=0\,,\ (0\le x\le\delta) \tag{1}$$

в $M_{2,\nu}^{0,-6}$, где $K(x,t)$ – заданная функция со значениями в $L(E)$, имеющая вид

$$K(x,t)=\left[\frac{1}{2}C_2x^2-C_2xt+\frac{1}{2}C_2t^2\right]+\left[C_1x^3-C_1x^2t\right]+\left[3C_0x^4-2C_0x^3t\right], \tag{2}$$

где операторы C_0, C_1, C_2 являются ограниченными в E.

Введем в рассмотрение операторный пучок

$$B_\nu=-\nu C_0+C_1-\frac{1}{\nu}C_2\,. \tag{3}$$

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

1) пучок (3) имеет характеристическое число $\nu+i\mu$ $(\nu<0)$;

2) характеристическому числу ν соответствует собственный вектор $e_1^0+ie_2^0$ и присоединенный вектор $e_1^1+ie_2^1$.

Тогда для уравнения (1) существует решение вида

$$u(x)=\left[\frac{1}{x^2}e^{\nu\int_x^\delta\frac{dz}{z^2}}\left[\sum_{k=0}^{1}\left[e_1^{1-k}\sin\left(\mu\int_x^\delta\frac{dz}{z^2}\right)+e_2^{1-k}\cos\left(\mu\int_x^\delta\frac{dz}{z^2}\right)\right]\left(\int_x^\delta\frac{dz}{z^2}\right)^k\right]\right]^{(2)}.$$

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ВНУТРИ И НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Спирина Н.М., Сапронов И.В., Зюкин П.Н.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: nadspi@yandex.ru

Пусть область Dограничена кусочно-гладкой кривой Жорданаσ, лежащей в верхней полуплоскости $y>0$ с концами в точках $A(-a,0)$, $B(b,0)$, $a>0$, $b>0$, и отрезком AB оси Ox.

Рассмотрим в области D вырождающееся эллиптическое уравнение

$$\operatorname{sign}x\left(xu_{xx}+au_{xx}\right)+yu_{yy}+\beta u_y=0\,. \tag{1}$$

Задача. Пусть α, β – постоянные, такие что $0<\alpha<1$, $0<\beta<1$, $u(x,y)$ – дифференцируемая функция в области Dи дважды дифференцируемая в области $D'=D\setminus\{x=0\}$, причём

$$\lim_{x\to-0}|x|^\alpha\cdot u_x(x,y)=\lim_{x\to+0}x^\alpha\cdot u_x(x,y),\quad (0,y)\in D\,. \tag{2}$$

Также пусть $u(x,y)$ удовлетворяет одному из следующих краевых условий

$$u\,|_\sigma=\varphi(x,y),\quad \lim_{y\to+0}y^\beta u_y\,|_{I'}=v(x) \tag{3}$$

$$u(0,0),=u_0\quad \text{если } \alpha+\beta<1, \tag{4}$$

где $v(x)$ – заданная непрерывная и ограниченная функция; u_0 – заданная постоянная, $I'=I\setminus\{(0,0)\}$.

Теорема 1. Решение сформулированной выше краевой задачи единственно.

Теорема 2. Существует единственное решение сформулированной выше краевой задачи в треугольнике ABC и оно выражается явной формулой через заданные функции.

Список литературы

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. – М.: Наука, 1977. – С.640.

О НЕКОТОРЫХ СЕМЕЙСТВАХ АЛГЕБР ЛИ МАЛОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Фурменко А.И., Веневитина С.С., Зенина В.В.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный лесотехнический университет им. Г.Ф. Морозова», Воронеж, e-mail: furmenko@mail.ru

При изучении качественных свойств решений дифференциальных уравнений на группах Ли, часто возникает необходимость рассмотреть семейства операторов вида