УДК 631+514.777 ISO 031

# ЗАКОНОМЕРНОСТИ СКРЫТЫХ ФАКТОРОВ ЗАДЕРЖКИ РОСТА КОРНЯ РАСТЕНИЙ ПРИ КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА ПОЧВЫ ПО ИСО 11269-1

Мазуркин П.М.

*Марийский государственный технический университет*
*Йошкар-Ола, Россия*

**Международный стандарт ИСО 11269-1 приводит пример влияния концентрации никеля в почве на длину корня ячменя.**
**Предложена принципиальная схема влияния загрязнителя на рост корня растения. При этом рассматривается вся статистическая совокупность без применения средних арифметических значений.**

**Ключевые слова: стандарт, пример экспериментов, скрытые факторы, результаты моделирования.**

Международный стандарт ИСО 11269-1 приводит пример [1, с.186, табл. 17.2] влияния концентрации $C$ (мг/кг) в почве на длину $L$ (мм) корня ячменя. Стандарт рекомендует обрабатывать результаты испытания статистическими методами Стьюдента или Даннета. Наши методы [2, 3] позволили выявить биотехнические закономерности скрытых факторов.

**Исходные данные**

Основой моделирования в стандарте является вычисление среднеарифметических значений (табл. 1). Однако одно и то же среднеарифметическое может характеризовать широкое разнообразие статистических распределений.

В табл. 1 каждые из 18 растений при одной и той же концентрации никеля расположены в ряд по неизвестному нам принципу. Поэтому невозможно явно выделить влияющий фактор. В этом случае применим методику косвенного ранжирования длины корня. Вначале покажем статистические модели по табл. 1.

**Таблица 1.**

Результаты испытания корней ячменя в пробах почвы по ИСО 11269-1 [1, с.186, табл. 17.2]

| Концентрация никеля, мг/кг | Длина корня, мм | | | | | | | | | Средняя длина корня, мм |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 98<br>101 | 99<br>104 | 105<br>102 | 100<br>97 | 100<br>100 | 101<br>99 | 102<br>96 | 103<br>102 | 97<br>105 | 101 |
| 50 | 96<br>98 | 104<br>98 | 99<br>100 | 101<br>99 | 102<br>97 | 97<br>96 | 102<br>100 | 100<br>103 | 97<br>98 | 99 |
| 100 | 85<br>90 | 91<br>87 | 93<br>93 | 92<br>88 | 88<br>87 | 84<br>83 | 90<br>86 | 84<br>82 | 89<br>84 | 88 |
| 500 | 17<br>15 | 9<br>15 | 8<br>7 | 11<br>8 | 16<br>15 | 13<br>17 | 11<br>10 | 12<br>12 | 9<br>9 | 12 |
| 1000 | 9<br>7 | 3<br>4 | 4<br>5 | 11<br>5 | 3<br>6 | 7<br>9 | 7<br>7 | 5<br>6 | 8<br>8 | 6 |

**Биотехнические закономерности**

По табличной модели из табл. 1 получим несколько формул влияния концентрации никеля на изменение длины корня ячменя (рис. 1), мм:

- по среднеарифметической длине корня

$$\bar{L} = 96{,}5882\exp(-5{,}09941\cdot 10^{-5}C^{1{,}74943}) + 5{,}66927\,; \qquad (1)$$

- по среднестатистической длине корня

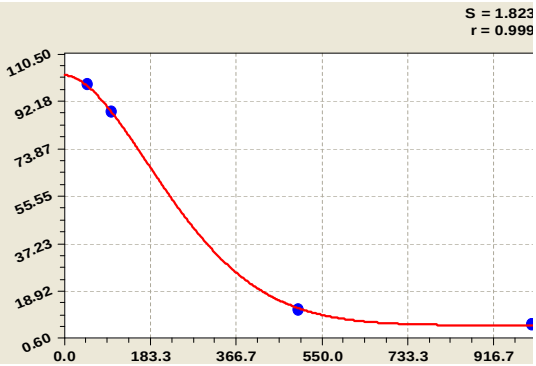
$$\tilde{L} = 96{,}4414\exp(-4{,}77729\cdot 10^{-5}C^{1{,}77103}) + 5{,}55494\,; \qquad (2)$$

- по максимальной длине корня (верхняя граница доверительного интервала)

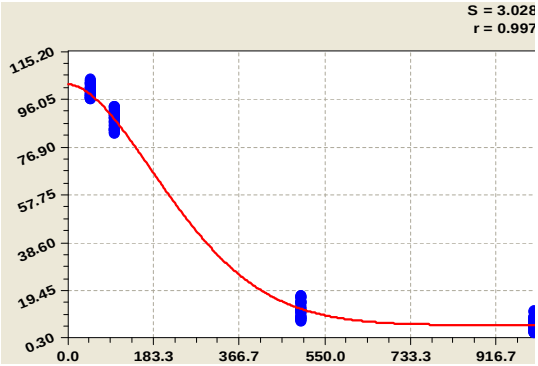
$$L_{\max} = 95{,}9266\exp(-4{,}3725\cdot 10^{-5}C^{1{,}76972}) + 10{,}25557\,; \qquad (3)$$

- по минимальной длине корня (нижняя граница доверительного интервала)

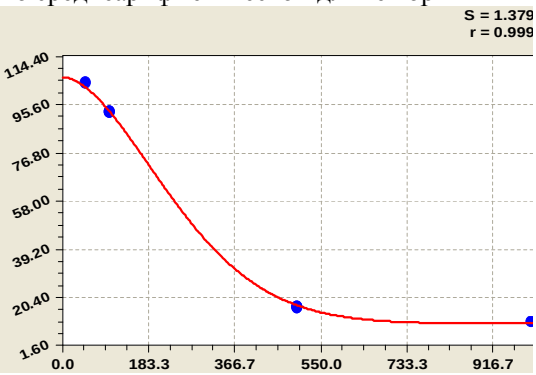
$$L_{\min} = 96{,}2020\exp(-5{,}31762\cdot 10^{-5}C^{1{,}76583}) + 2{,}75881\,. \qquad (4)$$




по среднеарифметической длине корня




по среднестатистической длине корня




верхняя граница доверительного интервала

нижняя граница доверительного интервала

**Рис. 1.** Графики влияния концентрации никеля на рост корней ячменя

Все четыре уравнения показывают пределы роста при условии $C \to \infty$. Но параметры моделей средних, то есть уравнений (1) и (2) в пределах изменения концентрации загрязнителя, отличаются друг от друга. Это доказывает, что статистические ряды по 18 значений длины корня не подчиняются закону Гаусса-Лапласа, то есть так называемому закону «нормального» распределения [2, 3]. Поэтому среднеарифметический метод дает погрешность по сравнению со среднестатистическим подходом.

**Концепция моделирования**

На рис. 2 приведена принципиальная схема влияния загрязнителя на рост корня растения. При этом рассматривается вся статистическая совокупность из $5\times 18 = 90$ членов (табл. 2). Наибольшее и наименьшее значения длины корня образуют вариацию развития и роста растения в изменяющих почвенных условиях. Переход из уровня $L_{\max\max}$ в $L_{\min\min}$ происходит по закону гибели (спада). Линия перехода делит область поведения множества растений на две части:

а) сверху графика на рис. 2 – это ***эффект задержки*** развития и роста корня растений;

б) снизу графика – ***эффект удерживания*** развития и роста самими растениями;

Все уравнения получены по линии эффекта удерживания растением процесса роста.

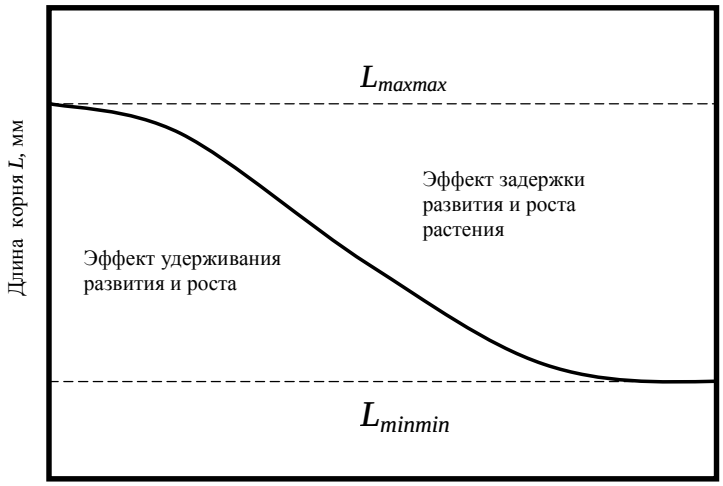



**Рис. 2.** Принципиальная схема влияния загрязнителя

Тогда биотехнические закономерности удерживания роста получим по общей формуле

$$L = L_{\max\max}(-a_1 C^{a_2}) + L_{\min\min}, \quad (5)$$

где - искомые параметры модели.

А эффект задержки роста будет идентифицироваться биотехнической закономерностью вида

$$L_з = L_{\max\max} - L. \quad (6)$$

По стандарту измеряют самый длинный корень у растения.

**Табличная модель**

Формулы (5) и (6) применим к выборкам и получим табл. 2.

Здесь $L_{\max}$ означает максимум в каждой выборке при одном и том же значении объясняющей переменной.

**Ранжирование рядов**

По векторной ориентации «лучше $\rightarrow$ хуже» дадим ранги $r = 0,1,2,...$ каждому значению длины в пяти выборках.

После идентификации закона гибели были получены биотехнические закономерности вида (рис. 3).

Высокие коэффициенты корреляции (в правом верхнем углу графиков) уравнений показывают наличие в результатах экспериментов скрытого фактора или даже группы скрытых факторов.

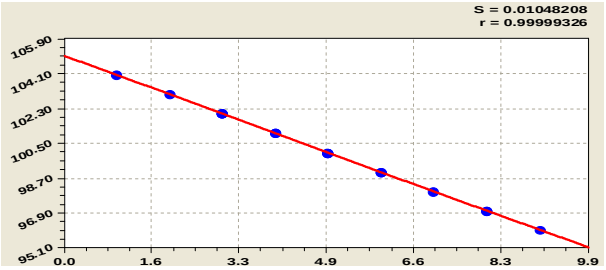
Остатки после уравнений на рис. 3 составляют менее 0,5 мм, то есть находятся ниже точности измерений длины у самого длинного корня растений.

Двухфакторное изображение показано на рис. 4.

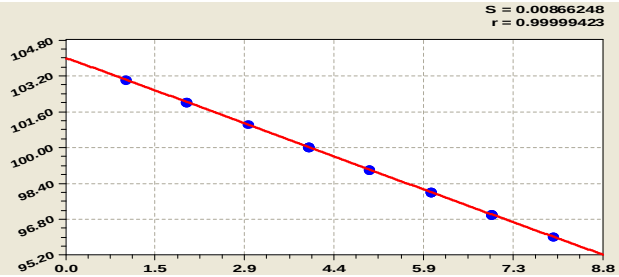
**Таблица 2.**

Ранжирование результатов испытания

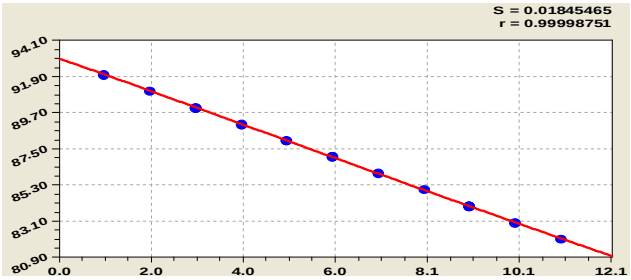
| $C$, мг/кг | $L$, мм | Ранг $r$ | $L_{max}$, мм | $L_{max}-L$ мм | $C$, мг/кг | $L$, мм | Ранг $r$ | $L_{max}$, мм | $L_{max}-L$ мм | $C$, мг/кг | $L$, мм | Ранг $r$ | $L_{max}$, мм | $L_{max}-L$ мм |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 98 | 7 | 105 | 7 | 50 | 99 | 5 | 104 | 5 | 500 | 11 | 5 | 17 | 6 |
| 0 | 99 | 6 | 105 | 6 | 50 | 97 | 7 | 104 | 7 | 500 | 12 | 4 | 17 | 5 |
| 0 | 105 | 0 | 105 | 0 | 50 | 96 | 8 | 104 | 8 | 500 | 9 | 7 | 17 | 8 |
| 0 | 100 | 5 | 105 | 5 | 50 | 100 | 4 | 104 | 4 | 500 | 15 | 2 | 17 | 2 |
| 0 | 100 | 5 | 105 | 5 | 50 | 103 | 1 | 104 | 1 | 500 | 15 | 2 | 17 | 2 |
| 0 | 101 | 4 | 105 | 4 | 50 | 98 | 6 | 104 | 6 | 500 | 7 | 9 | 17 | 10 |
| 0 | 102 | 3 | 105 | 3 | 100 | 85 | 8 | 93 | 8 | 500 | 8 | 8 | 17 | 9 |
| 0 | 103 | 2 | 105 | 2 | 100 | 91 | 2 | 93 | 2 | 500 | 15 | 2 | 17 | 2 |
| 0 | 97 | 8 | 105 | 8 | 100 | 93 | 0 | 93 | 0 | 500 | 17 | 0 | 17 | 0 |
| 0 | 101 | 4 | 105 | 4 | 100 | 92 | 1 | 93 | 1 | 500 | 10 | 6 | 17 | 7 |
| 0 | 104 | 1 | 105 | 1 | 100 | 88 | 5 | 93 | 5 | 500 | 12 | 4 | 17 | 5 |
| 0 | 102 | 3 | 105 | 3 | 100 | 84 | 9 | 93 | 9 | 500 | 9 | 7 | 17 | 8 |
| 0 | 97 | 8 | 105 | 8 | 100 | 90 | 3 | 93 | 3 | 1000 | 9 | 1 | 11 | 2 |
| 0 | 100 | 5 | 105 | 5 | 100 | 84 | 9 | 93 | 9 | 1000 | 3 | 7 | 11 | 8 |
| 0 | 99 | 6 | 105 | 6 | 100 | 89 | 4 | 93 | 4 | 1000 | 4 | 6 | 11 | 7 |
| 0 | 96 | 9 | 105 | 9 | 100 | 90 | 3 | 93 | 3 | 1000 | 11 | 0 | 11 | 0 |
| 0 | 102 | 3 | 105 | 3 | 100 | 87 | 6 | 93 | 6 | 1000 | 3 | 7 | 11 | 8 |
| 0 | 105 | 0 | 105 | 0 | 100 | 93 | 0 | 93 | 0 | 1000 | 7 | 3 | 11 | 4 |
| 50 | 96 | 8 | 104 | 8 | 100 | 88 | 5 | 93 | 5 | 1000 | 7 | 3 | 11 | 4 |
| 50 | 104 | 0 | 104 | 0 | 100 | 87 | 6 | 93 | 6 | 1000 | 5 | 5 | 11 | 6 |
| 50 | 99 | 5 | 104 | 5 | 100 | 83 | 10 | 93 | 10 | 1000 | 8 | 2 | 11 | 3 |
| 50 | 101 | 3 | 104 | 3 | 100 | 86 | 7 | 93 | 7 | 1000 | 7 | 3 | 11 | 4 |
| 50 | 102 | 2 | 104 | 2 | 100 | 82 | 11 | 93 | 11 | 1000 | 4 | 6 | 11 | 7 |
| 50 | 97 | 7 | 104 | 7 | 100 | 84 | 9 | 93 | 9 | 1000 | 5 | 5 | 11 | 6 |
| 50 | 102 | 2 | 104 | 2 | 500 | 17 | 0 | 17 | 0 | 1000 | 5 | 5 | 11 | 6 |
| 50 | 100 | 4 | 104 | 4 | 500 | 9 | 7 | 17 | 8 | 1000 | 6 | 4 | 11 | 5 |
| 50 | 97 | 7 | 104 | 7 | 500 | 8 | 8 | 17 | 9 | 1000 | 9 | 1 | 11 | 2 |
| 50 | 98 | 6 | 104 | 6 | 500 | 11 | 5 | 17 | 6 | 1000 | 7 | 3 | 11 | 4 |
| 50 | 98 | 6 | 104 | 6 | 500 | 16 | 1 | 17 | 1 | 1000 | 6 | 4 | 11 | 5 |
| 50 | 100 | 4 | 104 | 4 | 500 | 13 | 3 | 17 | 4 | 1000 | 8 | 2 | 11 | 3 |



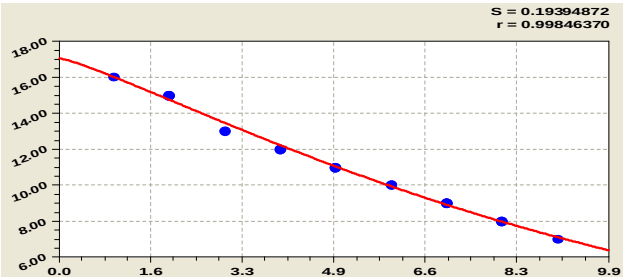

$$L_0 = 104{,}9907\exp(-0{,}0093102r^{1{,}02913})$$



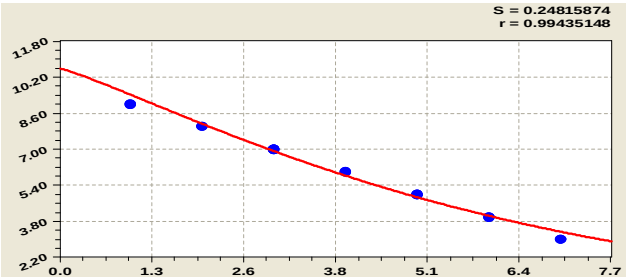

$$L_{50} = 103{,}9857\exp(-0{,}0094009r^{1{,}02843})$$




$$L_{100} = 92{,}9821\exp(-0{,}010339r^{1{,}04029})$$




$$L_{500} = 17{,}0766\exp(-0{,}064813r^{1{,}18556})$$




$$L_{1000} = 10{,}5721\exp(-0{,}11780r^{1{,}17277})$$

**Рис. 3.** Графики влияния неизвестного фактора

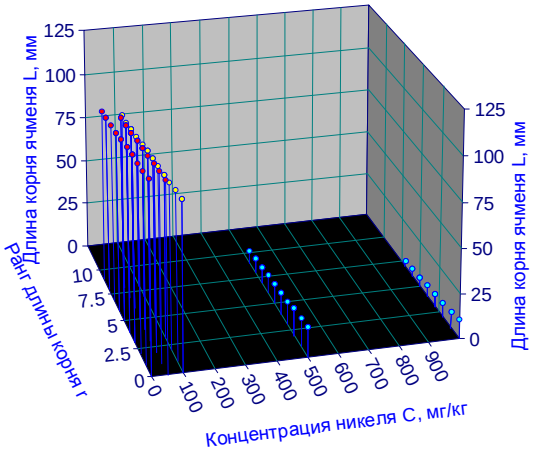



**Рис. 4.** Расположение длины корней

Заметное влияние неизвестный фактор оказывает при значительных концентрациях загрязнителя.

По длине рангов, то есть по максимальному рангу $r_{\max}$, можно судить о попытках растения сопротивляться вредному влиянию загрязнителя.

**Доверительный интервал**

Он точнее определяется по данным табл. 3, когда учитываются и повторяющиеся члены общей статистической выборки из 90 членов в виде формул (рис. 5):

**Таблица 3.**

Границы доверительного интервала

| верхняя | | нижняя | |
|---|---|---|---|
| 0 | 105 | 0 | 96 |
| 0 | 105 | 50 | 96 |
| 50 | 104 | 50 | 96 |
| 100 | 93 | 100 | 82 |
| 100 | 93 | 500 | 7 |
| 500 | 17 | 1000 | 3 |
| 500 | 17 | 1000 | 3 |
| 1000 | 11 | | |

- по верхней границе доверительного интервала длины корня

$$L_{\max} = 105{,}0076\exp(-4{,}38223\cdot 10^{-5}C^{1{,}84524}) + \\ +0{,}20528C^{0{,}84335}\exp(-0{,}0018467C^{0{,}99989})\,; \qquad (7)$$

- по нижней границе доверительного интервала длины корня

$$L_{\min} = 96{,}0000\exp(-0{,}21378C^{0{,}40327}) + \\ +0{,}12512C^{1{,}94994}\exp(-0{,}028479C)\,. \qquad (8)$$

Эти двухчленные уравнения содержит два устойчивых закона распределения. Первая составляющая является законом гибели, предложенный нами [2, 3], в котором в отличие от закона Лапласа вводится интенсивность гибели (степень объясняющей переменной). Вторая составляющая является биотехническим законом проф. П.М. Мазуркина, показывающим стрессовое возбуждение испытуемых растений на действие загрязнителя. Причем первая составляющая является частным случаем биотехнического закона. Поэтому все закономерности получается из одной формулы.

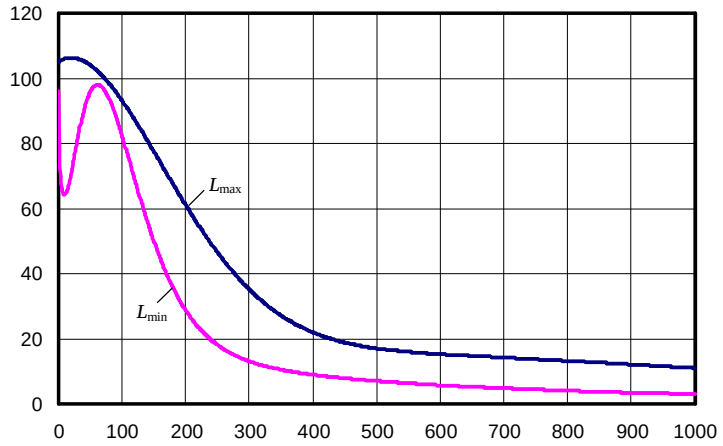



**Рис. 5.** Границы доверительного интервала поведения растений по длине самого длинного корня в каждом растении (ордината) в зависимости от концентрации загрязнителя (абсцисса)

**Таблица 4.**

Разброс длины и задержка в росте корня растений, мм

| $C$, мг/кг | Максимальные | | Минимальные | | Разброс $\Delta L$ | Задержка | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ранг $r_{\min}$ | $L_{\max}$ | ранг $r_{\max}$ | $L_{\min}$ | | $L_{C\max}$ | $L_{C\min}$ |
| 0 | 0 | 105 | 9 | 96 | 9 | 0 | 0 |
| 50 | 0 | 104 | 8 | 96 | 8 | 1 | 0 |
| 100 | 0 | 93 | 11 | 82 | 11 | 12 | 14 |
| 500 | 0 | 17 | 9 | 7 | 10 | 87 | 89 |
| 1000 | 0 | 11 | 7 | 3 | 8 | 94 | 93 |

Малые концентрации до 30…40 мг/кг никеля оказывают позитивное влияние на развитие и рост сильных растений. А слабые растения быстро снижают свой рост, но по мере возрастания концентрации никеля в интервале 10…250 мг/кг получают предсмертное стрессовое возбуждение. Эти выводы предварительные, так как

принятая в стандарте шкала объясняющей переменной мала. Нужны дополнительные исследования по правилам эволюционных экспериментов.

**Разброс длины корня и задержка в росте**

Сводные показатели, полученные на основе данных табл. 1 без учета повторений членов статистической выборки, приведены в табл. 4.

Промежуток между линиями верхней и нижней границ доверительного интервала показывает ***разброс длины*** $\Delta L$ корня растений. Этот показатель равен $\Delta L = L_{\max} - L_{\min}$. Задержка в росте $L_C$ определится по разности переменной длины $L$ от наибольшей длины корня $L_0$ при нулевой концентрации загрязнителя в почве, то есть из выражения $L_C = L_0 - L$.

Изменение максимального ранга определится (рис. 6) по биотехнической формуле

$$r_{\max} = 9\exp(-0{,}068416C^{0{,}18838}) + 6{,}61267\cdot 10^{-11}C^{5{,}90256}\exp(-0{,}025330C)\,. \qquad (9)$$

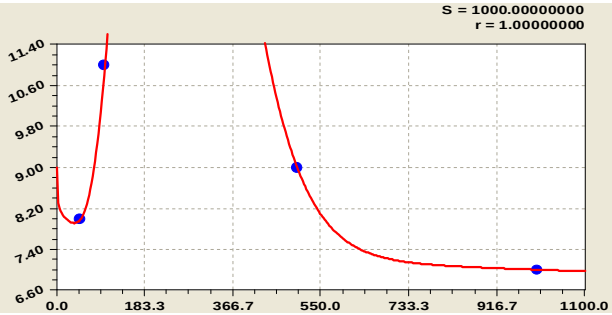



**Рис. 6.** График максимального ранга длины корня (ордината) от концентрации загрязнителя (абсцисса)

Расположение точек относительно кривой показывает недостаточность наблюдений в интервале 100 … 500 мг/кг.

Разброс длины корня (рис. 7)

$$\Delta L = 8{,}52730\exp(-6{,}71576\cdot 10^{-5}C) + \\ +1{,}93804\cdot 10^{-31}C^{17{,}06904}\exp(-0{,}069594C)\,, \qquad (10)$$

еще нагляднее показывает сильную разреженность значений концентрации никеля.

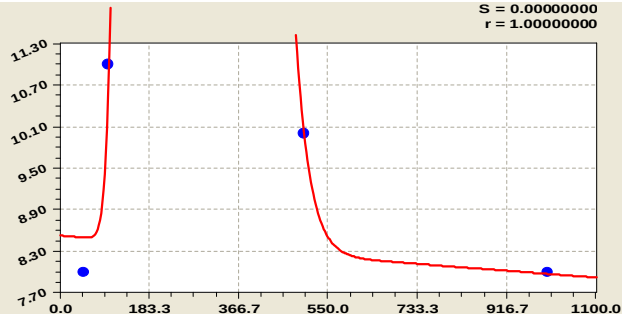



**Рис. 7.** График разброса длины корня (ордината) от концентрации загрязнителя (абсцисса)

Остатки после формулы (10) оказались вполне способными дать волновую составляющую (рис. 8) вида

$$\Delta L_3 = 1{,}25505\exp(-0{,}018019C^{1{,}00055})\times$$

$$\times\cos(pC/(89{,}13295-0{,}0011380C^{1{,}02453})+1{,}18463) \qquad (11)$$

из-за того, что они значимо больше погрешности измерений в $\pm 0{,}5$ мм.

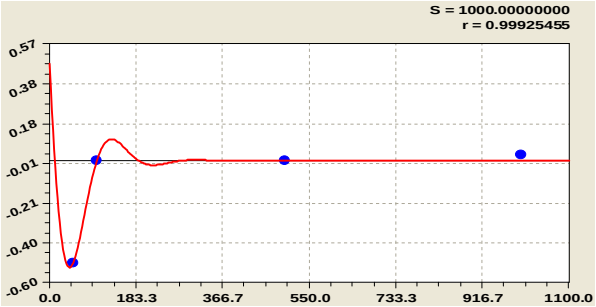



**Рис. 8.** График волновой составляющей модели разброса длины корня (ордината) от концентрации загрязнителя (абсцисса)

Таким образом, при малых концентрациях загрязнитель вызывает колебательное возмущение в поведении растения. Поэтому влияние на развитие и рост корня ячменя может быть как позитивным, так и негативным в зависимости от принятой в экспериментах шкалы изменения концентрации в пробах почвы никеля.

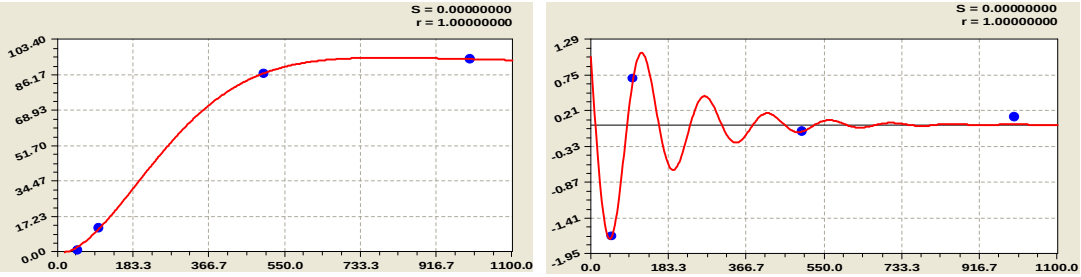
Тогда общая модель изменения разброса длины у корня ячменя, в зависимости от концентрации никеля в почве, после повторной параметрической идентификации в программной среде CurveExpert-1.3 определится трехчленным уравнением вида

$$\Delta L = 8{,}53098\exp(-6{,}42631\cdot 10^{-5}C)+1{,}93473\cdot 10^{-31}C^{17{,}06865}\exp(-0{,}069603C)+$$
$$+1{,}25404\exp(-0{,}017927C^{0{,}99926})\cos(pC/(89{,}09648-0{,}0020767C^{1{,}24037})+1{,}18747)\,. \qquad (12)$$

**Задержка в росте сильных особей**

Они имеются в каждой подгруппе (рис. 9) и определяются тенденцией (трендом) разностного вида и волновой составляющей по формуле

$$L_{C\max} = 99{,}82401\exp(-5{,}97800\cdot 10^{-5}C)-100{,}83128\exp(-4{,}10906\cdot 10^{-5}C^{1{,}76153})+$$
$$+2{,}28550\exp(-0{,}0060152C)\cos(pC/(75{,}23778-0{,}0011263C)+1{,}11439)\,. \qquad (13)$$




а) б)

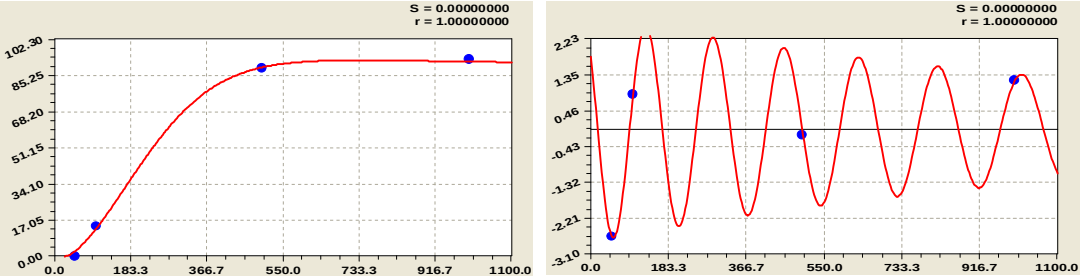
**Рис. 9.** Поведение сильных особей ячменя в задержке роста: а – по тренду с первыми двумя не волновыми составляющими; б – по третьей волновой составляющей

Коэффициент динамичности значим по модели (13) значим в интервале 0…500 мг/кг.

**Задержка в росте слабых особей**

С еще большей динамичностью проявляется возмущающее влияние концентрации никеля в почве (рис. 10) на рост слабых особей ячменя

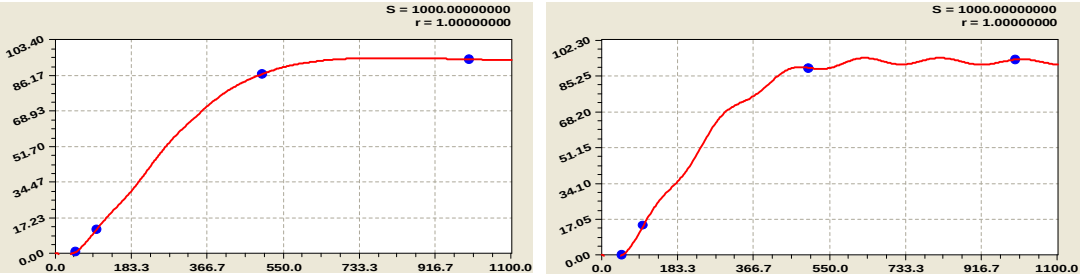
$$L_{C\min} = 94{,}39225\exp(-2{,}80992\cdot 10^{-5}C) - 96{,}18219\exp(-4{,}00000\cdot 10^{-5}C^{1{,}81633}) +$$
$$+2{,}78417\exp(-0{,}00070954C)\cos(pC/(73{,}77210+0{,}012625C)+0{,}87252)\,. \qquad (14)$$




а) б)

**Рис. 10.** Поведение слабых особей в задержке роста по двум (а) и третьей (б) составляющим

Сравнение графиков на рис. 9б и рис. 10б показывает, что слабые особи дольше противостоят собственной гибели, чем сильные особи растений ячменя. Но у последних динамичность поведения гораздо больше. Это видно из сопоставления графиков по обем полным формулам (13) и (14) на рис. 11.




а) б)

**Рис. 11.** Адаптация сильных (а) и слабых (б) растений к загрязненной почве задержкой роста

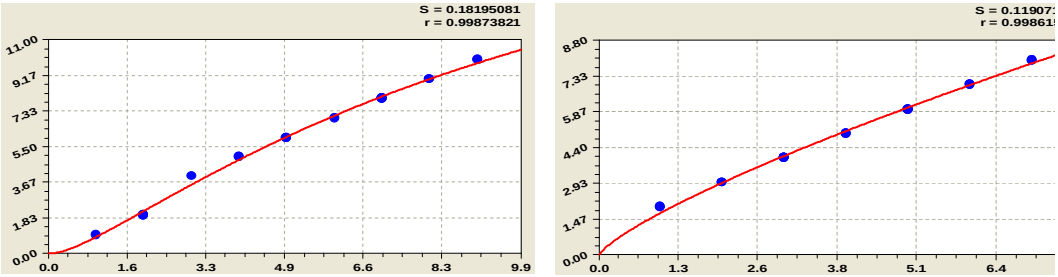
**Задержка в росте в подгруппах растений**

Подгруппы из 18 растений ведут в себя по-разному. Составители примера из ИСО 11269-1 расположили результаты контроля так, что по значениям концентрации почвы нами были получены закономерности по формуле (6), но для каждой подгруппы растений, то есть выражению $L_з = L_{\max} - L$.

Для первых трех значений концентрации никеля в почве 0, 50 и 100 мг/кг получили функциональное соотношение $L_з = L_{\max} - L = r$, где $r$ - ранг распределения $r = 0{,}1{,}2{,}...$ по формулам биотехнических закономерностей на рис. 3.

Уровни концентрации 500 (рис. 12а) и 1000 (рис. 12б) мг/кг изменили пропорциональность малых уровней содержания никеля в почве по формулам:

$$L_{з500} = 742{,}1466r^{2{,}77434}\exp(-6{,}75035r^{0{,}19763});\ L_{з1000} = 1{,}72778r^{0{,}77620}\,. \qquad (16)$$




а) б)

**Рис. 12.** Задержка в росте при концентрации 500 (а) и 1000 (б) мг/кг никеля в почве

Растения при $C = 500$ сопротивлялись и изменяли рост по биотехническому закону, а на уровне $C = 1000$ мг/кг ухудшение роста корней происходило по показательному закону.

*Статья подготовлена и опубликована при поддержке гранта 3.2.3/4603 МОН РФ*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Фомин, Г.С. Почва. Контроль качества и экологической безопасности по международным стандартам. Справочник. – М.: Изд-во «Протектор», 2001. – 304 с.

2. Мазуркин, П.М. Статистическое моделирование. Эвристико-математический подход / П.М. Мазуркин. - Йошкар-Ола: МарГТУ, 2001. – 100 с.

3. Мазуркин, П.М. Геоэкология: Закономерности современного естествознания / П.М. Мазуркин. – Йошкар-Ола: МарГТУ, 2006. – 336 с.

## LAWS OF THE LATENT FACTORS OF A GROWTH INHIBITION ROOT OF PLANTS AT QUALITY SURVEILLANCE OF GROUND ON ISO 11269-1

Mazurkin P.M.
*Mari state technical university*
*Yoshcar-Ola, Russia*

International Standard ISO 11269-1 gives the example of the influence of the concentration of nickel in the soil at the root length of barley.

A basic scheme of the influence of pollutants on the growth of plant roots. This is considered the entire set of statistics without the use of the arithmetic means.

Keywords: standard, an example of experiments, the hidden factors, results of simulation.