Физико-математические науки

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ЯВНОГО ТРЕХСТАДИЙНОГО МЕТОДА ТИПА РУНГЕ-КУТТЫ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЖЕСТКИХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ващенко Г.В.

Сибирский государственный технологический университет, Красноярск, e-mail: algo_v@mail.ru

В настоящее время одними из основных параметров, характеризующих эффективность использования вычислительной техники в науке и технологии, являются математические модели и численные методы, применяемые при создании программ для реализации исследований и расчетов по этим моделям. Моделирование процессов во многие важных приложениях приводит к необходимости численного решения задачи Коши для умеренно жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений [1, 2, 3].

Предложен параллельный алгоритм явного одношагового метода на основе трехстадий ной схемы типа Рунге-Кутты. В предлагаемом параллельном алгоритме изменение величины шага построено на основе контроля точности численной схемы, а в неравенстве для контроля точности применяется оценка локальной ошибки метода.

Рассматривается задача Коши для автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$y' = f(y), \quad y(t_0) = y_0, \quad t_0 \le t \le t_k, \tag{1}$$

где y: $[t_0, t_k] \to R^N$, f: $[t_0, t_k] \times R^N \to R^N$, $[t_0, t_k]$ – отрезок интегрирования. В предположении существования и единственности решения задачи (1) предлагаемая параллельная явная трехстадийная схема с контролем точности в вычислительной системе из p процессоров, $N > p$ и $s = N/p$, если N кратно p, или $s = [N/p] + g$, в противном случае записывается в виде [1, 2]

$$\begin{gathered} y_{j_s}^{(n+1)} = y_{j_s}^{(n)} + \frac{K_{1,j_s}^{(n)} + 4K_{2,j_s}^{(n)} + K_{3,j_s}^{(n)}}{6}, \\ y_{j_s}^{(0)} = y_{j_s}(t_0), \end{gathered} \tag{2}$$

$$K_{1,j_s}^{(n)} = hf_{j_s}\left(y^{(n)}\right), \qquad K_{2,j_s}^{(n)} = hf_{j_s}\left(y^{(n)} + 0,5hK_1^{(n)}\right),$$

$$K_{3,j_s}^{(n)} = hf_{j_s}\left(y^{(n)} + h(2K_2^{(n)} - K_1^{(n)})\right),$$

$$\left\|\delta_n\right\|_j = \left\|K_{1,j}^{(n)} - 2K_{2,j}^{(n)} + K_{3,j}^{(n)}\right\| \le 6\varepsilon,$$

$$1 \le j \le p, \ (j-1)\cdot s + 1 \le j_s \le j\cdot s,$$

где $h = h_{n+1}$, $\|\cdot\|$ – некоторая норма в R^N, $\|\delta_n\|$ – локальная норма вектора погрешности на шаге, ε – требуемая точность. Выбор величины шага h_n для схемы (2) определяем по формуле $h_n = qh_n$, где $q^2\|\delta_n\| = \varepsilon$. Данная схема гарантирует, что при быстром изменении решения не будет происходить понижения точности расчетов.

Укрупненная схема параллельного алгоритма предложенной вычислительной схемы (2) состоит в следующем. Компоненты $y_{js}^{(n)}$ распределяются по p компьютерам согласно блочной схеме распределения по s компонентов в каждом. *Comp*(1) определяет значение шага h_n и передает всем *comp*(j) используя коммуникационную операцию *one-to-all*. В каждом *comp* (j) вычисляются $y_{js}^{(n)}$, определяется значение локальной нормы $\|\delta_n\|_j$ и выполняется операция *all-to-all*. Для вычисления значений элементов $f_{js}\left(y^{(n)}\right)$ вектора правой части разрабатывается

отдельная функция. В каждом *comp*(*j*) вычисляется и сохраняется своя j_s-я часть вектора $y^{(n+1)}$.

Алгоритм реализован в виде отдельных функций языка *C* и включен в комплекс программ, предназначенных для численного моделирования процессов, описываемых жесткими системами на многопроцессорных вычислительных системах кластерной архитектуры. Коммуникационные операции *one-to-all* и *all-to-all* реализованы с помощью функций библиотеки MPI.

Расчеты, выполняемые на кластере ИВМ СО РАН [4] показывают, что параллельная схема (2) может применяться в случаях, когда вычисления требуется проводить с точностью порядка 10^{-3}. При высокой размерности исходной задачи (1) затраты на коммуникационные операции являются определяющими для времени решения. Сокращение затрат в общем случае можно уменьшить укрупнением схемы параллельных вычислений.

Работа поддержана грантами РФФИ №08-01-00621 и Президента НШ-3431.2008.9

Список литературы

1. Ващенко Г.В., Новиков Е.А., Параллельная реализация явных методов типа Рунге-Кутты // Вестник КрасГАУ. – 2010. – №2. – С. 14–18.

2. Новиков Е.А., Явные методы для жестких систем. – Новосибирск: Наука, 1997.

3. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. – М.: Мир, 1999.

4. Исаев С.В., Малышев А.В., Шайдуров В.В. Развитие Красноярского центра параллельных вычислений // Вычислительные технологии. – 2006. – №11. – С. 28–33.

ФОРМИРОВАНИЕ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ СТРУКТУРОЙ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

Задыхайло Д.К.

Лаборатория «ЯХАР», Донецк,
e-mail: zadyhailo@gmail.com

Решена проблема концепцией **«энергетических структур пространства-времени»**, в разработанной нами безразмерной системе единиц измерения. Исследования проводились на базе работ Коротковой Г., Уилера Дж., Шноля С., Дирака П., Козырева Н., Салама А., Ферми Э., Нарликар Дж., с помощью безразмерных структур пространства-времени четырёх агрегатных состояний, выявленных в лаборатории. Установлена последовательность формирования параметров и изменения их значений в системе «звезда – планеты – спутники». В результате последовательность формирования орбитальных периодов планет совпала с возрастанием их плотностей! Вычислены периоды вращения экваторов и полюсов у Солнца и Юпитера, наклона оси Урана, образование колец Сатурна, поясов астероидов. Подтверждается концепция совпадением последовательностей увеличения наклонов орбит планет с их образованием, за исключением образовавшихся первой и последней – Сатурна и Земли. Близкими эксцентриситетами у первых образовавшихся планет (Сатурна, Урана, Юпитера) из начальных трёх протопланет, и у «крайних» – Плутона и Меркурия.

Произведён расчёт последовательности формирования планет и поясов астероидов из единого исходного объекта – сферы безразмерного «кипящего» пространства-времени ($L_{\text{кип}}$ и $T_{\text{кип}}$), с диаметром

$$D_{\text{сф}}^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2 + T_1^2 = 137{,}0359859^2$$

(наше продолжение логики **Дирака**), где $T_{\text{кип}}^2 = \frac{L_{\text{кип}}}{\sqrt{2}}$. Оказалось, что орбитальные периоды планет в периодах Меркурия и масс систем «планета-спутники» в массах Меркурия формировались независимо друг от друга, но одними законами переформирования структур *L* и *T* и их масштабов (Δ^2, Δ^1 и Δ^0). Расстояния же планет от Солнца оказались лишь их функцией.

Формироваться орбитальный период первой единой протопланеты ($\Sigma T_{\text{пери}}$) мог несколькими путями. **В первом** – задействован «бозон», состоящий из двух экваториальных колец кипящей сферы, совместно с двумя диаметрами у каждого из них, расположенных с двух сторон их плоскостей. Между диаметрами, под экваториальными кольцами, расположены кубы-кольца времени (формирующие «спин»). Тогда:

$$\sum T_{\text{пер}} = 2\left[\left(\pi + 2\right) D_{\text{сф}} + T_{\text{кип}}^3\right] = 2244{,}188856$$

безразмерных компонент. **Во втором** задействован «фермион» – экваториальное кольцо кипящей сферы с двумя диаметрами, расположенными с двух сторон плоскости. При их возбуждении все компоненты выстраиваются в линию, и вращаясь, очерчивает окружность длиной равной $\pi[D_{\text{сф}}(\pi + 2)] = 2213{,}513463$ компонент. При раскомпактификации (первым π) формируется излишняя координата $L_{\text{кип}}$, которая снимает воз-