

УДК 539.186

ЭФФЕКТИВНОЕ ТОРМОЖЕНИЕ БЫСТРЫХ ВОДОРОДОПОДОБНЫХ ИОНОВ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ С МОЛЕКУЛАМИ**Сидоров Д.Б.***ФГАОУ ВО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»,
Архангельск, e-mail: d.sidorov@narfu.ru*

В статье на основе приближения эйконала развит общий метод расчёта эффективного торможения быстрых ионов при кратных столкновениях с молекулами. Преимуществом данного метода по сравнению с ранее используемым в известных ранее работах является то, что данный метод не нуждается в применении процедуры разбиения плоскости параметров удара на области и проведения процедуры так называемой «сшивки». Наш метод позволяет получить более естественное и адекватное поведение эффективного торможения при изменении параметров задачи (зарядов частиц и их энергий), в отличие от работ, в которых расчет проводился по теории возмущений. На основе приближения эйконала получены формулы для эффективного торможения на двухатомной молекуле. Исследована зависимость эффективного торможения водородоподобного иона при столкновении с двухатомной молекулой. Получена относительная поправка, имеющая смысл вклада в полное торможение эффекта кратности столкновений. На графиках показано, что учет кратности столкновений вносит вклад в полное торможение. Исследована зависимость эффективного торможения от угла ориентации оси многоатомной молекулы относительно направления движения иона. Показано что при значениях угла меньше 0,1 необходимо учитывать эффект кратности. Определён переходный угол, фигурирующий в аналитических формулах угловой зависимости.

Ключевые слова: атом, молекула, структурный ион, эффективное торможение, столкновение, эйкональная фаза, кратные столкновения

EFFECTIVE STOPPING OF FAST HYDROGEN-LIKE IONS IN COLLISION WITH MOLECULES**Sidorov D.B.***Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk,
e-mail: d.sidorov@narfu.ru*

In the article, based on the eikonal approximation, a general method is developed for calculating the effective stopping of fast ions in multiple collisions with molecules. The advantage of this method in comparison with previously used in the previously known works is that this method does not need to apply the procedure for breaking the plane of impact parameters into regions and performing the so-called «cross-linking» procedure. Our method allows us to obtain a more natural and adequate behavior of effective inhibition when the parameters of the problem change (particle charges and their energies), in contrast to the work in which the calculation was carried out by perturbation theory. On the basis of the eikonal approximation, formulas are obtained for effective braking on a diatomic molecule. The dependence of the effective inhibition of a hydrogen-like ion upon collision with a diatomic molecule is investigated. A relative popping is obtained, which has the meaning of a contribution to the total deceleration of the collision multiplicity effect. The graphs show that accounting for the multiplicity of collisions contributes to total inhibition. The dependence of effective inhibition on the orientation angle of the axis of a polyatomic molecule relative to the direction of ion motion is investigated. It is shown that for angles less than 0.1, the multiplicity effect must be taken into account. The transition angle, which appears in the analytical formulas for the angular dependence, is determined.

Keywords: atom, molecule, structural ion, effective stopping, collision, eikonal phase, multiple collisions

Особый интерес представляет изучение потерь энергии при столкновении ионов с молекулярными мишенями. Такие процессы были рассмотрены теоретически в работах [1, 2] также с использованием приближения эйконала и метода сшивки, и было отмечено присутствие так называемого эффекта кратности столкновения. Суть этого эффекта заключается в значительном увеличении эффективного торможения иона в случае, когда ось молекулы параллельна направлению движения иона, по сравнению со случаем торможения на отдельных атомах молекулы. Данный эффект был рассчитан численно в [1, 2] с использованием приближения эйконала в виде, аналогичном

приближению внезапных возмущений. Но ввиду ограничений на область применения этого метода расчёты торможения пришлось совмещать с методом сшивки. Путём комбинации двух расчётных методов авторам удалось получить достаточно простые аналитические формулы для расчёта эффективного торможения иона на двухатомной молекуле. Ими была рассчитана зависимость эффективного торможения от угла выстроенности оси молекулы. Но что для расчёта использовался метод сшивки, графики при малых и больших углах выстроенности получались разные и принципиально не стыковались друг с другом. Для их стыковки был предложен простой метод,

закрывающийся в введении функции, плав-
но переводящей один график в другой.

Целью данной работы было проверить
достоверность результатов, полученных в [1]
и [2] с использованием метода сшивки. В дан-
ной работе представлен расчёт эффективного
торможения иона в рамках приближения эй-
конала, но без использования метода сшивки.
В этом случае эффективное торможение мож-
но сосчитать только численно.

Расчет торможения иона на молекуле

Рассмотрим рассеяние одноэлектронного
иона с зарядом ядра Z на двухатомной молеку-
ле с зарядовыми числами атомов Z_1 и Z_2 . По-
ложение иона относительно атомов задается
векторами b_1 и b_2 , а положение атомов относи-
тельно друг друга – вектором R . Угол выстро-
енности оси молекулы вдоль скорости иона v
обозначен как θ . Таким образом для величин
 R , L и θ выполняется соотношение

$$L = R \sin(\theta). \quad (1)$$

Здесь мы будем рассчитывать только ту
часть торможения, которая связана с пере-
ходами в оболочках иона – κ_p . Исследование
именно этой части торможения наиболее
интересно при кратных столкновениях.

Получим выражение для эффективного
торможения. Подобный расчёт был получен
в работе [1]. В частности, было показано,
что эффективное торможение иона может
быть представлено в следующем виде:

$$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \Delta\kappa, \quad (2)$$

где κ_j имеет смысл эффективного торможе-
ния иона на отдельном j -м атоме молекулы
($j = 1, 2$), а $\Delta\kappa$ – поправка, учитывающая
интерференционный вклад кратных после-
довательных столкновений иона с атомами
молекулы. Ранее было установлено что по-
правка $\Delta\kappa$ зависит от угла θ выстроенности
молекулы.

Эффективное торможение иона при
столкновении с молекулой можно рассчитать
по формуле из [3]

$$\kappa = \sum_n (\epsilon_n - \epsilon_0) \sigma_n, \quad (3)$$

где ϵ_n и ϵ_0 – энергии возбужденного и основ-
ного состояний электрона снаряда, σ_n – сече-
ние соответствующего неупругого перехода.
Как и ранее, согласно приближению эйкона-
ла, сечение σ_n может быть записано в виде

$$\sigma_n = \frac{1}{k^2} \int |f_{n0}|^2 d^2q, \quad (4)$$

где $q = k_2 - k_1$, k_1 и k_2 – импульсы до и по-
сле рассеяния ($|k_1| \approx |k_2| \approx k$), интегрирова-
ние по q в (4) ведется от $q_{\min} = (\epsilon_n - \epsilon_0) / v$
до $q_{\max} = 2v$, v – скорость иона,

$f_{n0} = \langle n | f | 0 \rangle$ – амплитуда неупругого
рассеяния иона на молекуле,

$$f = \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} (1 - e^{ix}) d^2b = ikI(q), \quad (5)$$

$$\chi = - \int_{-\infty}^{+\infty} U(R, r) dt, \quad (6)$$

где b – параметр удара иона относительно
центра масс молекулы, $U(R, r)$ – энергия вза-
имодействия иона с молекулой. Следуя [1]
и [2] представим U в виде суммы U_1 и U_2 ,
где U_j – энергия взаимодействия иона с j -й
атомом молекулы (рассчитывалась в рамках
модели Дирака – Хартри – Фока – Слейте-
ра (ДХФС) [4]). С учетом сказанного, эйко-
нальная фаза (6) примет вид $\chi = \chi_1 + \chi_2$, где

$$\chi_j(|b_j + s|) = \frac{2Z_j}{v} \sum_i A_i K_0(\alpha_i |b_j + s|). \quad (7)$$

Здесь Z_j – заряд ядра j -го атома молеку-
лы, A_i и α_i – коэффициенты модели ДХФС
для j -го атома молекулы, K_0 – функция Мак-
дональда, b_j – параметр удара иона относи-
тельно j -го атома молекулы, s – проекция
координаты r электрона иона на плоскость
параметра удара. Учитывая, что

$$1 - e^{ix} = (1 - e^{ix_1}) + (1 - e^{ix_2}) - \\ - (1 - e^{ix_1})(1 - e^{ix_2}). \quad (8)$$

Амплитуда (5) может быть представлена
в виде

$$f = f_1 + f_2 + \Delta f, \quad (9)$$

где f_j – амплитуда рассеяния иона на j -м ато-
ме молекулы

$$f_j = \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} (1 - e^{ix_j}) d^2b = ikI_j(q), \quad (10)$$

$$I_j(q) = e^{is-L_j} \int_0^\infty J_0(qb) \left(1 - e^{ix_j(b)}\right) b db = \\ = e^{iq(s-L_j)} a_j(q), \quad (11)$$

где L_j – проекция радиус-вектора j -го ато-
ма относительно центра масс молекулы на
плоскость параметра удара, а

$$\Delta f = - \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} (1 - e^{ix_1})(1 - e^{ix_2}) d^2b \quad (12)$$

– интерференционная поправка к ампли-
туде, учитывающая вклад обоих атомов
молекулы. В результате эффективное тор-
можение (3) иона при столкновении с двух-

атомной молекулой с учётом (12) может быть записано в аналогичной форме

$$\kappa = \kappa_1 + \kappa_2 + \Delta\kappa, \quad (13)$$

где κ_j – имеет смысл эффективного торможения иона на отдельном j -м атоме молекулы, а $\Delta\kappa$ – поправка, учитывающая интерференционный вклад кратных последовательных столкновений иона с атомами молекулы. Величины κ и κ_j рассчитываются по формулам

$$\kappa = \frac{1}{2} \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} \int_0^{2\pi} |I(q)|^2 q^3 dq d\varphi, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \kappa_j &= \frac{1}{2} \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} \int_0^{2\pi} |I_j(q)|^2 q^3 dq d\varphi = \\ &= \pi \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} |a_j(q)|^2 q^3 dq. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь интегрирование по q ведётся в интервале от $q_{\text{эфф}}$ до q_{max} , где $q_{\text{эфф}}$ – эффективное значение минимального передаваемого импульса, аналогичное эффективному заряду из работы [5]. Согласно формулам (13)–(15), величины κ и $\Delta\kappa$ будут зависеть от ориентации оси молекулы относительно направления скорости иона, т.е. от угла выстроенности θ .

Для исследования зависимости $\Delta\kappa(\theta)$ удобно ввести относительное торможение

$$\xi = \kappa / (\kappa_1 + \kappa_2) = 1 + \Delta\kappa / (\kappa_1 + \kappa_2). \quad (16)$$

Проанализировав формулы, можно вывести более простую формулу для расчета поправки $\Delta\kappa$. Учитывая (13)–(15), имеем

$$|I|^2 = |I_1 + I_2 + \Delta I|^2 = |I_1|^2 + |I_2|^2 + \delta I, \quad (17)$$

где

$$\delta I = 2\text{Re}(I_1 I_2^*) + 2\text{Re}((I_1 + I_2)\Delta I^*) + |\Delta I|^2. \quad (18)$$

Анализ формулы (18) показывает, что основной вклад в δI дает первое слагаемое, поэтому приближенно можно считать, что

$$\begin{aligned} \Delta\kappa &= \text{Re} \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} \int_0^{2\pi} I_1(q) I_2^*(q) q^3 dq d\varphi = \\ &= 2\pi \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} J_0(qL) \text{Re}[a_1(q) a_2^*(q)] q^3 dq. \end{aligned} \quad (19)$$

В случае одинаковых атомов в молекуле ($Z_1 = Z_2$) формула (19) упрощается к виду

$$\Delta\kappa = 2\pi \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} J_0(qL) |a_1(q)|^2 q^3 dq, \quad (20)$$

а суммарное эффективное торможение (13) на молекуле равно

$$\kappa = 2\pi \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\text{max}}} (1 + J_0(qL)) |a_1(q)|^2 q^3 dq. \quad (21)$$

Из формулы (21) явно видно, что в этом приближении при малых θ ($L \rightarrow 0$) торможение на всей молекуле κ будет равно в 2 раза больше суммарного торможения $2\kappa_1$ на двух отдельных атомах $\xi(\theta = 0) = 2$.

Торможение на многоатомных молекулах

Наиболее актуальными в настоящее время являются процессы торможения и потерь энергии на многоатомных системах, в том числе и таком объекте, как нанотрубки.

Рассмотрим торможение водородоподобного иона на линейной многоатомной молекуле. Будем искать амплитуду рассеяния в виде

$$f = \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} (1 - e^{ix}) d^2b = ikI(q), \quad (22)$$

$$\chi = \sum_{j=1}^N \chi_j(|b_j + s|) = \sum_{j=1}^N \frac{2Z_j}{v} \sum_i A_i K_0(\alpha |b_j + s|). \quad (23)$$

1. Если $N = 2$

$$\chi = \chi_1 + \chi_2,$$

$$1 - e^{i(\chi_1 + \chi_2)} = 1 - e^{i\chi_1} e^{i\chi_2} = 1 - e^{i\chi_1} + 1 - e^{i\chi_2} - (1 - e^{i\chi_1})(1 - e^{i\chi_2}). \quad (24)$$

Пусть $\Gamma = 1 - e^{i(\chi_1 + \chi_2)}$; $\Gamma_j = 1 - e^{i\chi_j}$, тогда

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 - \Gamma_1 \Gamma_2. \quad (25)$$

2. Если $N = 3$

$$\chi = \chi_1 + \chi_2 + \chi_3$$

То есть

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 - \Gamma_1 \Gamma_2 - \Gamma_2 \Gamma_3 - \Gamma_3 \Gamma_1 + \Gamma_1 \Gamma_2 \Gamma_3. \quad (26)$$

3. В общем случае

$$\chi = \sum_{j=1}^N \chi_j, \quad (27)$$

$$\Gamma = (1 - e^{i\chi}); \Gamma_j = (1 - e^{i\chi_j}), \quad (28)$$

$$\Gamma = \sum_{j=1}^N \Gamma_j - \sum_{j,k=1, j < k}^N \Gamma_j \Gamma_k + \dots + (-1)^{N+1} \Gamma_1 \Gamma_2 \dots \Gamma_N. \quad (29)$$

так как

$$f = \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} \Gamma d^2b = ikI(q), \quad (30)$$

то

$$f = \sum_{j=1}^N f_j + \Delta f, \quad (31)$$

где

$$f_j = \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} \Gamma_j d^2b = \frac{ik}{2\pi} \int e^{-iqb} (1 - e^{i\chi_j}) d^2b = ikI_j(q), \quad (32)$$

$$I_j(q) = e^{iq(s-L_j)} \int_0^\infty J_0(qb) (1 - e^{i\chi_j(b)}) b db = e^{iq(s-L_j)} a_j(q). \quad (33)$$

Вернемся к торможению

$$\kappa = \frac{1}{2} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} \int_0^{2\pi} |I(q)|^2 q^3 dq d\varphi, \quad (34)$$

$$\kappa_j = \frac{1}{2} \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} \int_0^{2\pi} |I_j(q)|^2 q^3 dq d\varphi = \pi \int_{q_{\min}}^{q_{\max}} |a_j(q)|^2 q^3 dq. \quad (35)$$

Тогда

$$I = \sum_{j=1}^N I_j + \Delta I, \quad \text{где } \Delta f = ik\Delta I. \quad (36)$$

Тогда

$$|I|^2 = \sum_{j=1}^N |I_j|^2 + \delta I, \quad (37)$$

где

$$\delta I = 2 \sum_{j,k=1, j < k}^N \operatorname{Re}(I_j I_k^*) + 2 \operatorname{Re}(\sum_{j=1}^N I_j \Delta I^*) + |\Delta I|^2. \quad (38)$$

Основной вклад в δI даёт первое слагаемое, т.е.

$$\delta I \approx 2 \operatorname{Re} \left(\sum_{j,k=1, j < k}^N I_j I_k^* \right) \quad (39)$$

С учетом этого, например, для $N = 3$ имеем

$$|I|^2 \approx |I_1|^2 + |I_2|^2 + |I_3|^2 + 2 \operatorname{Re}(I_1 I_2^*) + 2 \operatorname{Re}(I_2 I_3^*) + 2 \operatorname{Re}(I_3 I_1^*). \quad (40)$$

В результате

$$\kappa = \sum_{j=1}^N \kappa_j + \Delta \kappa, \quad (41)$$

где

$$\Delta \kappa = \frac{1}{2} \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\max}} \int_0^{2\pi} \delta I q^3 dq d\varphi = \sum_{j,k=1, j < k}^N \operatorname{Re} \int_{q_{\text{эфф}}}^{q_{\max}} \int_0^{2\pi} I_j(q) I_k^*(q) q^3 dq d\varphi = \sum_{j,k=1, j < k} \Delta \kappa_{jk}, \quad (42)$$

$$\Delta\kappa_{jk} = Re \int_{q_{эфф}}^{q_{max}} \int_0^{2\pi} I_j(q) I_k^*(q) q^3 dq d\varphi = 2\pi \int_{q_{эфф}}^{q_{max}} J_0(qL_{jk}) Re[a_j(q) a_k^*(q)] q^3 dq, \quad (43)$$

где $L_{jk} = |L_k - L_j|$ – расстояние между j -м и k -м ядрами молекулы в проекции на плоскость параметра удара. В данном случае – $L_{jk} = R_{jk} \sin \theta$.

Так, при $N = 3$, имеем

$$\Delta\kappa = \Delta\kappa_{12} + \Delta\kappa_{23} + \Delta\kappa_{31}. \quad (44)$$

Пусть молекула состоит из одинаковых атомов, находящихся на одинаковом расстоянии друг от друга (цепочка атомов). Параметры цепочки $L = R \sin \theta$, $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_N = Z$, $a_1 = a_2 = \dots = a_N = a$.

В этом случае

$$\Delta\kappa = \sum_{j,k=1, j < k}^N \Delta\kappa_{jk}, \quad \Delta\kappa = 2\pi \int_{q_{эфф}}^{q_{max}} J_0(qL_{jk}) |a_{jk}(q)|^2 q^3 dq. \quad (45)$$

Для расчета $\Delta\kappa$ нужно перебрать все пары атомов в «молекуле».

1. Смотрим пары атомов, находящихся друг от друга на расстоянии L . Их $(N-1)$ пар. Их общий вклад в поправку $\Delta\kappa$ будет равен

$$(N-1) \cdot \Delta\kappa_1, \quad \text{где } \Delta\kappa_1 = 2\pi \int_{q_{min}}^{q_{max}} J_0(qL) |a(q)|^2 q^3 dq. \quad (46)$$

2. Смотрим пары на расстоянии $2L$. Их $(N-2)$ пара. Их общий вклад в $\Delta\kappa$ равен

$$(N-2) \cdot \Delta\kappa_2, \quad \text{где } \Delta\kappa_2 = 2\pi \int_{q_{min}}^{q_{max}} J_0(q \cdot 2L) |a(q)|^2 q^3 dq. \quad (47)$$

3. Смотрим пары на расстоянии $n \cdot L$. Их $(N-n)$ пара. Их общий вклад в $\Delta\kappa$ равен

$$(N-n) \cdot \Delta\kappa_n, \quad \text{где } \Delta\kappa_n = 2\pi \int_{q_{min}}^{q_{max}} J_0(q \cdot nL) |a(q)|^2 q^3 dq, \quad (48)$$

где $n = 1, 2, \dots, N-1$.

Тогда

$$\Delta\kappa = \sum_{n=1}^{N-1} \Delta\kappa_n = 2\pi \int_{q_{min}}^{q_{max}} H(q, L, N) |a(q)|^2 q^3 dq, \quad (49)$$

где

$$H(q, L, N) = \sum_{n=1}^{N-1} (N-n) J_0(q \cdot n \cdot L). \quad (50)$$

Эффективный переданный импульс $q_{эфф}$ находим в общем случае

$$\sum_{j=1}^N \kappa_j = \pi \int_{q_{min}}^{q_{max}} \sum_{j=1}^N |a_j(q)|^2 q^3 dq, \quad (51)$$

где $\kappa_j = \kappa_j^{дискр} + \kappa_j^{непрер}$. Поправку на ориентационный эффект рассчитаем по прежней формуле

$$\xi = \frac{\kappa}{\sum_{n=1}^N \kappa_n} = 1 + \frac{\Delta\kappa}{\sum_{n=1}^N \kappa_n}. \quad (52)$$

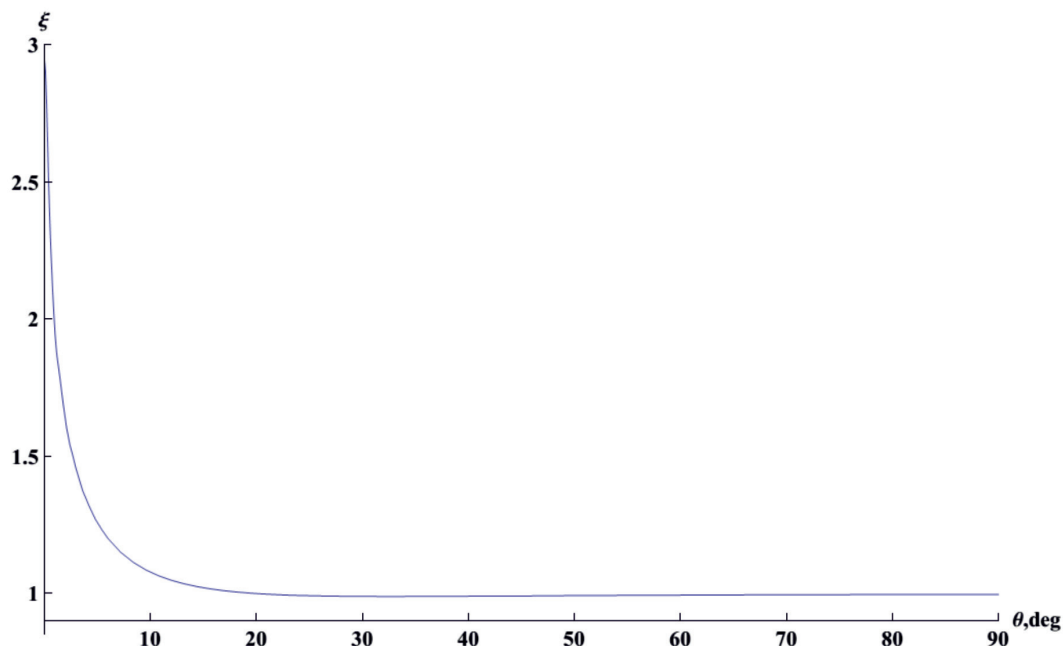


Рис. 1. Зависимость относительного эффективного торможения иона Li^{+2} на молекуле CO_2 от угла выстроенности при 150 МэВ/нукл

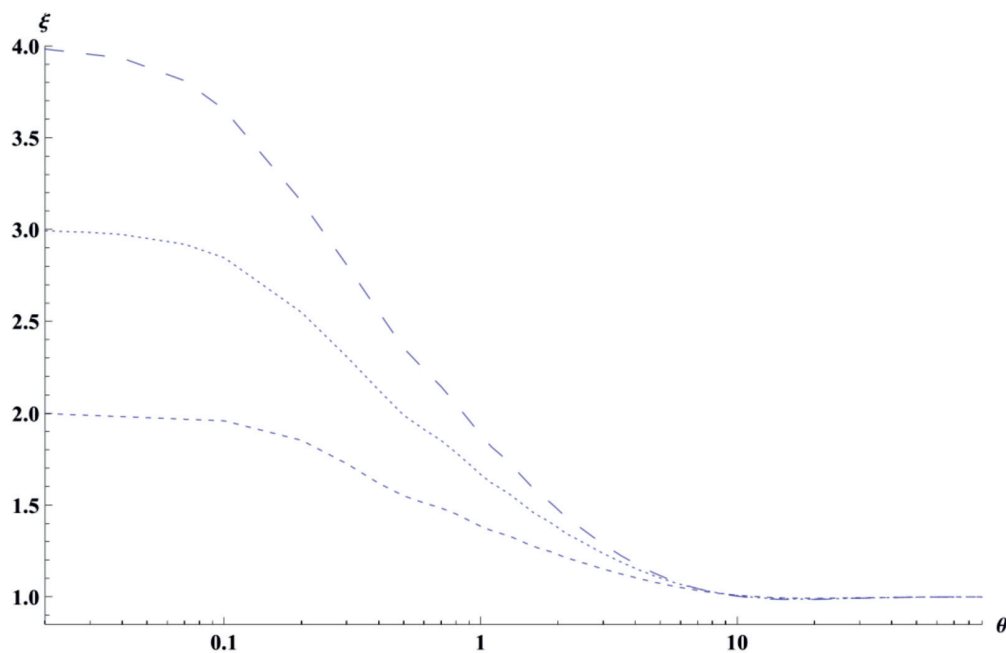


Рис. 2. Зависимость относительного эффективного торможения иона He^+ на цепочке из атомов C от угла выстроенности при 150 МэВ/нукл. Крупный пунктир – цепочка из 4 атомов углерода, средний пунктир – цепочка из 2-х атомов углерода, а мелкий пунктир – цепочка из 3-х атомов C

*Результаты расчетов торможения
на многоатомных молекулах*

Как видно из графика на рис. 2, при угле выстроенности $\theta = 0$ торможение на цепочке из N -атомов в N раз больше суммарного торможения на отдельных атомах,

т.е. в N^2 раз больше торможения на одном атоме. В нашем случае $N = 2, 3, 4$. Также из рис. 2 видно, что характер зависимости $\xi(\theta)$ в сравнении с предыдущими расчётами в целом остался таким же – при уменьшении угла θ величина $\xi(\theta)$ стремится к свое-

му максимальному значению. Однако стоит отметить, что согласно нашим расчётам переход к значению теперь происходит при другом значении угла θ в отличие от значения, полученного ранее в работе [1] в рамках метода шивки.

Выводы

В работе на основе приближения эйконала развит общий метод расчёта эффективного торможения быстрых ионов на многоатомных молекулах. В рамках данного метода была исследована зависимость эффективного торможения водородоподобного иона на молекуле от энергии налетающей частицы.

Рассмотрены потери энергии быстрых водородоподобных ионов при столкновениях с молекулами (в том числе многоатомными). Исследована зависимость эффективного торможения иона на молекуле от угла выстроенности её оси относительно скорости иона. Получено, что учёт кратности столкновений приводит к увеличению

эффективного торможения иона в случае, когда ось молекулы параллельна направлению движения иона. Кратность же увеличения торможения зависит от числа атомов в молекуле.

Список литературы

1. Матвеев В.И. Потери энергии быстрыми структурными ионами при кратных столкновениях с двухатомными молекулами / В.И. Матвеев, Е.С. Гусаревич, С.В. Рябченко, Д.Н. Макаров // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2008. – Т. 88, № 4. – С. 268–275.
2. Матвеев В.И. Эффективное торможение быстрых тяжелых структурных ионов при кратных столкновениях с молекулами и наночастицами / В.И. Матвеев Е.С. Гусаревич, Д.Н. Макаров // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2009. – Т. 136, № 5 (11). – С. 843–852.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория): учебник для студ. физ. спец. ун-тов. – Издание 6-е. – М.: Физматлит, 2016. – 800 с.
4. Analytical Dirac-Hartree-Fock-Slater screening function for atoms ($Z = 1-92$) / F. Salvat, J.D. Martinez, R. Mayol, J. Parellada // Physical Review A. – 1987. – Vol. 36. – P. 467.
5. Гусаревич Е.С. Влияние заряда ядра быстрого структурного иона на его внутреннее торможение при столкновениях с атомами // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 2017. – Т.151, № 2. – С. 230–235.